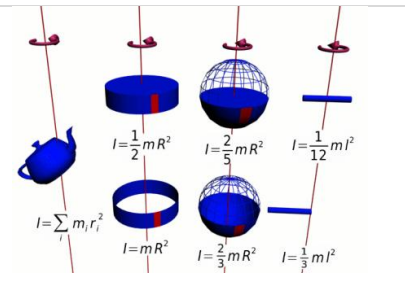


## Moment sity (2h)



**Zad. 6.3** Środki atomów węgla i tlenu w cząsteczce gazowego tlenku węgla (CO) znajdują się w odległości  $1.131 \cdot 10^{-10}$  m od siebie. Wyznacz położenie środka masy cząsteczki CO względem atomu węgla (masa C = 12 u, masa O = 15.99 u ;  $1u = 1.6605 \times 10^{-27}$  kg).

**Zad. 6.5** Stary Chrysler o masie 2400 kg jedzie po prostym odcinku drogi z prędkością 80km/h, a za nim jedzie Ford o masie 1600kg, którego prędkość wynosi 60 km/h. Z jaką prędkością przemieszcza się przy tym środek masy obydwu samochodów?

**Zad.6.6** Ricardo o masie 80 kg i Carmelita, która jest od niego lżejsza podziwiają o zmierzchu jezioro Merced z łódki o masie 30 kg. W chwili, gdy łódka jest nieruchoma na spokojnej wodzie, zamieniają się miejscami, które są odległe od siebie o 3m i są położone symetrycznie względem środka łódki. Ricardo zauważa, że łódka przesuwa się przy tym o 40 cm względem znajdującej się w wodzie gałęzi i na tej podstawie szybko oblicza masę Carmelity, której ta nigdy nie chciała mu zdradzić. Ile wynosi masa Carmelity?

**Zad. 6.7** Wyznacz położenie środka ciężkości jednorodnego stożka o wysokości  $h$ , promieniu podstawy  $R$  i masie  $m$ .

### Moment bezwładności

**Zad. 6.10** Wyznacz moment bezwładności jednorodnego pręta o długości  $L$  względem jego środka masy oraz względem osi obrotu zaczepionej na końcu pręta.

**Zad. 6.11** Wyznacz moment bezwładności jednorodnej obręczy o promieniu  $R$  względem osi symetrii  $OZ$ .

**Zad. 6.12** Wyznacz moment bezwładności jednorodnej kuli o promieniu  $R$  oraz masie  $M$  względem osi przechodzącej przez jej środek. Wyznacz momenty bezwładności względem osi  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ .

**Zad. 6.13** Znaleźć środek masy jednorodnej kuli o promieniu  $R_1=50$  cm, w której wnętrzu znajduje się kuliste wydrążenie o promieniu  $R_2=10$  cm, przy czym środek kuli mniejszej oddalony jest o  $d=5$  cm od środka kuli większej.

**Zad. 6.14** Wyznacz moment bezwładności jednorodnego walca o promieniu podstawy  $R$ , wysokości  $H$  i masie  $m$  względem jego środka symetrii.

**Zad. 6.15** Wyznacz moment bezwładności dla rury cienkościennej względem osi symetrii zaczepionych w środku masy. Promień zewnętrzny  $R_1$ , promień wewnętrzny  $R_2$ , wysokość  $H$ , masa  $m$ .

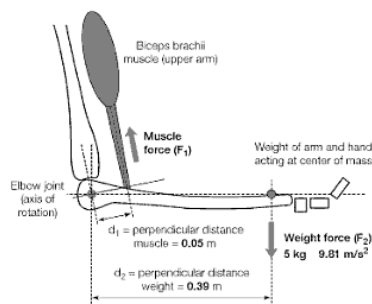
**Zad. 6.16** Wyznacz moment bezwładności dla układu dwóch jednorodnych kul o masach  $m_1$  i promieniu  $R_0$  połączonych jednorodną rurką cienkościenną o promieniach  $R_1$  i  $R_2$  masie  $m_2$  i długości  $H$  względem osi symetrii  $OZ$ .

**Zad. 6.17** Wyznacz moment bezwładności jednorodnego stożka o wysokości  $h$ , promieniu podstawy  $R$  i masie  $m$  względem stycznej do podstawy i równoległej do osi symetrii obrotowej stożka  $OZ$ . Wyznacz moment bezwładności dla tego stożka względem osi  $OZ$ ,  $*OX$ ,  $*OY$ .

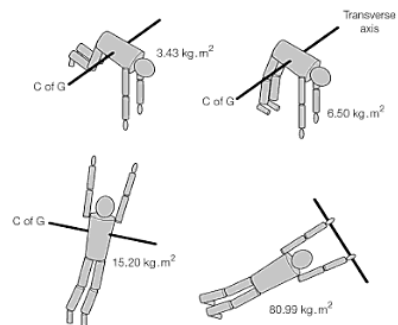
**Zad. 6.18** Kwadrat o boku  $2a$ , leżący w płaszczyźnie  $z=0$  ma w swych rogach ułożone na przemian masy  $m_1$  oraz  $m_2$ . Oblicz składowe tensora bezwładności względem osi  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  oraz sprowadź ten tensor na osie główne (tzw. diagonalizacja macierzy).

### Moment siły

**Zad. 6.19** Na jednorodnym krążku o masie  $M$  i promieniu  $R$  nawinięta jest nierozciągliwa linka, której jeden z końców umocowany jest u sufitu. Oblicz przyspieszenie kątowe i liniowe środka ciężkości krążka oraz naciąg linki, jeżeli w pewnej chwili krążek zaczął spadać swobodnie.



Rys. A



Rys. B

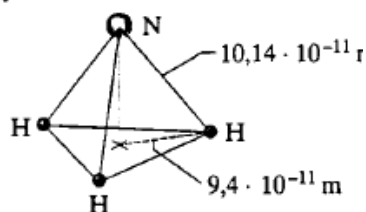
**Zad 6.20** (Rys. A) Jaką siłą powinien działać mięsień *bicepsa*, aby utrzymać kąt  $90^\circ$  pomiędzy ramieniem a przedramieniem kulturysty długości  $R$ , który trzyma ciężar o masie  $50\text{kg}$ .

**Zad. 6.21** Walec o masie  $m$  i promieniu  $r$  wiruje wokół osi  $O$  pod wpływem siły  $F$  przyłożonej do niego stycznie. Ile wynosi przyspieszenie kątowe walca?

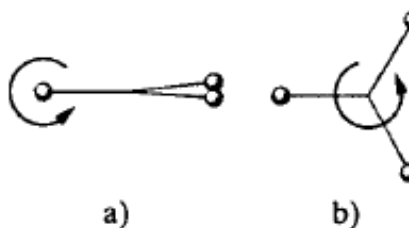
**Zad. 6.22** Koło rozpędowe o momencie bezwładności  $I$  i promieniu  $R$  wiruje z prędkością kątową  $\omega$ . Współczynnik tarcia koło-kłosek hamulcowy wynosi  $f$ . Z jaką siłą należy docisnąć klocek hamulcowy do powierzchni koła aby zatrzymać koło po upływie czasu  $t$ ?

**Zad. 6.23** Na Rys. B obok zaznaczono momenty bezwładności dla czterech różnych przypadków ewolucji wykonywanych przez akrobatę. Policzyć ilu-krotnie zmieni się prędkość kątowa pomiędzy najwolniejszym ruchem, a najszybszym.

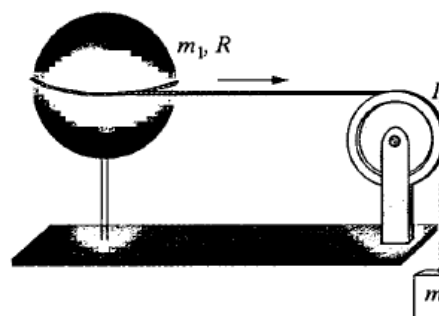
**Zad. 6.24** Po wyrzucie boli konfiguracja kul zmienia się szybko z układu pokazanego na Rys.2 a w ustawienie jak na Rys. 1b [widok z góry]. Jak widać kule obracają się początkowo wokół osi 1 przechodzącej przez kulę, za którą się trzyma, a potem wokół osi 2, przechodzącej przez środek masy układu kul. Czy: a) moment pędu b) prędkość kątowa układu są większe, mniejsze czy takie same w przypadku obrotu wokół osi 2, jak w przypadku osi 1 ?



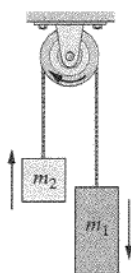
Rys. 1



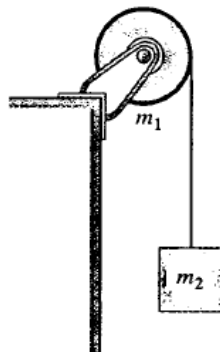
Rys.2



Rys.3



Rys.4



Rys.5

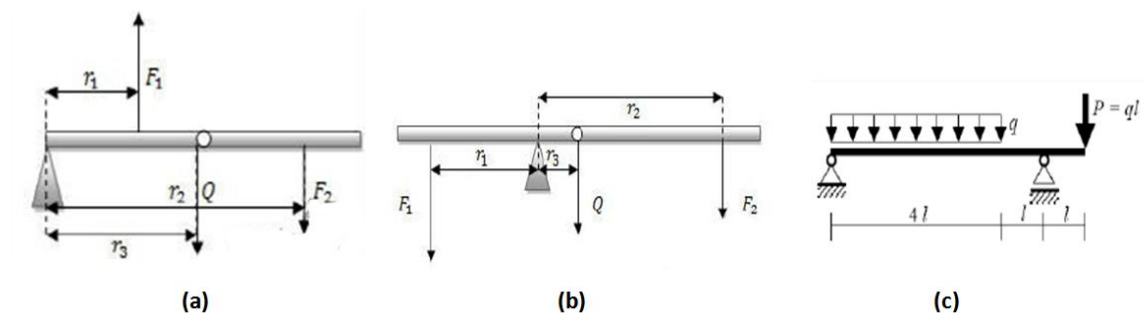
**Zad. 6.25** Jednorodna powłoka sferyczna (Rys.3) o masie  $m_1$  i promieniu  $R$  obraca się na łożyskach bez tarcia, wokół własnej osi pionowej. Linka o znikomo małej masie jest owinięta wokół powłoki w jej płaszczyźnie równikowej, a następnie przełożona przez krążek o momencie bezwładności  $I$  oraz promieniu  $r$  i przymocowana do obciążnika o masie  $m_2$ . Krążek może obracać się bez tarcia, a linka nie ślizga się po krążku. Obciążnik przytrzymujemy, a potem puszcamy swobodnie. Jaka będzie prędkość obciążnika po przebyciu drogi  $h$ ?

**Zad. 6.26** Na Rys.4 przedstawiono układ złożony z dwóch klocków o masach  $m_1=500\text{g}$  i  $m_2=460\text{g}$  oraz krążka o promieniu  $5\text{ cm}$ , mogącego obracać się na łożyskach bez tarcia, wokół własnej osi poziomej. Gdy temu układowi, pozostającemu początkowo w spoczynku, umożliwiono ruch swobodny, cięższy klocek opadł o  $75\text{ cm}$  w czasie  $5\text{ s}$  (przy czym linka nie ślizga się po krążku). Wyznacz wartość przyspieszenia klocków. Oblicz naprężenie tej części linki na której krańcu znajduje się : b) klocek cięższy, c) klocek lżejszy. Wyznacz d) wartość przyspieszenia kątownego krążka, e) jego moment bezwładności.

**Zad. 6.27** Na Rys.5 przedstawiono jednorodny krążek o masie  $m_1=2/5\text{ kg}$  i promieniu  $R=20\text{ cm}$  osadzony na stałej osi poziomej. Na obrzeże krążka nawinięta jest lina o znikomo małej masie, a na jej końcu jest zawieszony klocek o masie  $m_2=1.2\text{ kg}$ . Wyznacz przyspieszenie opadającego klocka, przyspieszenie kątowne krążka oraz naprężenie liny. Przyjmij, że lina nie ślizga się po obrzeżu krążka, a ośka na której osadzony jest krążek obraca się bez tarcia.

**Zad. 6. 28** Jednorodna belka o długości  $L$  i masie  $M$ . spoczywa na dwu podporach. Punkty podparcia belki znajdują się: jeden na końcu belki, a drugi w odległości  $d$  od drugiego końca. Wyznaczyć wartości sił działających na podpory.

**Zad. 6.29** Wyznaczyć reakcje podporowe dla poniższych układów.



| Linear Motion         |                              | Rotational Motion                            |                      |
|-----------------------|------------------------------|----------------------------------------------|----------------------|
| Position              | $x$                          | $\theta$                                     | Angular position     |
| Velocity              | $v$                          | $\omega$                                     | Angular velocity     |
| Acceleration          | $a$                          | $\alpha$                                     | Angular acceleration |
| Motion equations      | $x = \bar{v}t$               | $\theta = \bar{\omega}t$                     | Motion equations     |
|                       | $v = v_0 + at$               | $\omega = \omega_0 + \alpha t$               |                      |
|                       | $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ | $\theta = \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ |                      |
|                       | $v^2 = v_0^2 + 2ax$          | $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$      |                      |
| Mass (linear inertia) | $m$                          | $I$                                          | Moment of inertia    |
| Newton's second law   | $F = ma$                     | $\tau = I\alpha$                             | Newton's second law  |
| Momentum              | $p = mv$                     | $L = I\omega$                                | Angular momentum     |
| Work                  | $Fd$                         | $\tau\theta$                                 | Work                 |
| Kinetic energy        | $\frac{1}{2}mv^2$            | $\frac{1}{2}I\omega^2$                       | Kinetic energy       |
| Power                 | $Fv$                         | $\tau\omega$                                 | Power                |